Aufgabe A0

Aufgabe	Lösungen	mögliche BE
1.1	$a_4 = a_3 + 4 = 17 + 4 = 21$ $a_5 = a_4 + 4 = 21 + 4 = 25 \quad \Rightarrow \quad a_5 = 25$	2
1.2	$a_3 : 17 = 3t + r \quad \Rightarrow \quad r = 17 - 3t$ $a_4 : 21 = 4t + r \qquad 21 = 4t + 17 - 3t \quad \Rightarrow \quad t = 4$ $r = 17 - 3 \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad r = 5$	3
2.1	$f(x) = -x^2 + 1$ $f'(x) = -2x \qquad f'(x) = -3 = -2x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{2}$ *Auf den Nachweis gleicher Funktionswerte kann verzichtet werden.*	2
2.2	*Variante 1:* Die Schnittpunkte von f mit der x-Achse liegen bei $(-1 \mid 0)$ und $(1 \mid 0)$, der mit der y-Achse bei $(0 \mid 1)$. Das von diesen Punkten und den Punkten $(-1 \mid 1)$ sowie $(1 \mid 1)$ umschriebene Rechteck hat den Flächeninhalt 2. Der Graph von f verläuft für $-1 \leq x \leq 1$ innerhalb bzw. auf dem Rand dieses Rechtecks, somit ist der Inhalt der betrachteten Fläche kleiner als 2. *Variante 2:* $0 = -x^2 + 1 \quad \Rightarrow \quad x_{01} = -1 \quad x_{02} = 1$ $\int_{-1}^{1} \left(-x^2 + 1\right) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x\right]_{-1}^{1} = -\frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} < 2$	3

3.1	Gerade g durch A und B $g_{AB}: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}$ Ortsvektor zum Punkt C einsetzen $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad r = -1 \quad ; \quad z = 6 - 2 = 4$	2
3.2	Ein Normalenvektor dieser Ebene $\vec{\eta} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ hat die Länge 3 ($\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$) und verläuft senkrecht zu ihr. Verschiebt man den Punkt A zweimal um diesen Normalenvektor, so erhält man die Koordinaten eines solchen gesuchten Punktes. $\overrightarrow{OA} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad (6 \mid 6 \mid 10)$	3
4.1	Die Summe 5 kann durch Ziehung von zwei verschiedenen Paaren von Kugeln (1 und 4 sowie 2 und 3) erreicht werden. Somit liegt für dieses Ergebnis eine höhere Wahrscheinlichkeit vor, als bei den anderen Summen, die nur durch Ziehung von jeweils einem Paar erreicht werden können. *Die Begründung kann auch rechnerisch erfolgen, wobei nachgewiesen werden muss, dass die Wahrscheinlichkeiten von zwei Ergebnissen unterschiedlich groß sind, vergleiche 4.2.*	2
4.2	P (X=3) = P (Kugeln 1, 2) = P (X=4) = P (Kugeln 1, 3) = P (X=6) = P (Kugelb 2, 4) = P (X=7) = P (Kugeln 3, 4) $= 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ P (X=5) = P (Kugeln 1, 4 und 2, 3) = $2 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{6}$ Erwartungswert: $E(X) = \frac{1}{6} \cdot (3 + 4 + 6 + 7) + \frac{2}{6} \cdot 5 = \frac{20}{6} + \frac{10}{6} = 5$	3
	Summe:	**20**