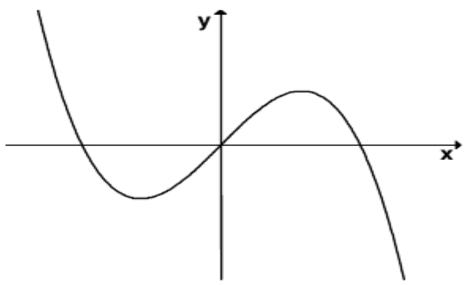
Prüfungsvorbereitung A0

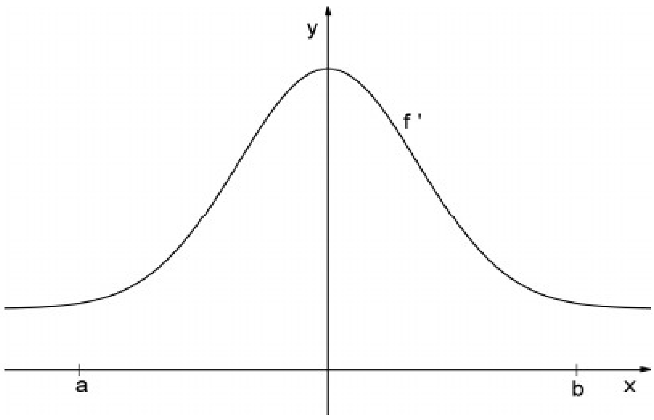
Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f. Kennzeichnen Sie in der Abbildung den lokalen Hochpunkt H und den lokalen Tiefpunkt T. Skizzieren Sie in der Abbildung einen möglichen Verlauf des Graphen der ersten Ableitung von f.

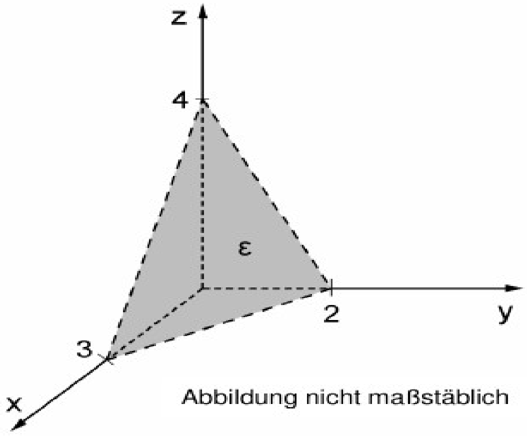


Gegeben ist die Funktion f durch die Gleichung $f(x)=\frac{1}{x}-1$. Geben Sie den maximalen Definitionsbereich an und die Asymptoten.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $P(-1; f(-1))$.

Gegeben ist die Funktion f durch die Gleichung $f(x)=8x^3-x-1$
Ermitteln Sie eine Gleichung der Stammfunktion F von f, für die F(2) = 20 gilt.

Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f ' einer Funktion f. Prüfen Sie, ob folgende Aussagen wahr bzw. falsch sind. Begründen Sie Ihre Entscheidungen.
A: f ist im Intervall [a ; b] streng monoton wachsend.
B: Der Graph von f hat im Intervall [a ; b]mindestens einen Wendepunkt.



Gegeben sind in einem kartesischen Koordinatensystem die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \; t \in \mathbb{R}$ sowie die beiden Punkte A (2 | 0 | – 8) und B (1 | – 1 | – 4). Zeigen Sie rechnerisch, dass A und B auf einer zu g parallelen und von g verschiedenen Geraden h liegen.
Gegeben sind im Raum eine Gerade g und ein Punkt P, der nicht auf g liegt. Beschreiben Sie ein Verfahren zur Bestimmung des Abstandes von P zu g.
Ermitteln Sie eine Gleichung der dargestellten Ebene ε. 
Eine Urne enthält eine gelbe, vier blaue und fünf weiße Kugeln. Aus dieser Urne werden nacheinander ohne Zurücklegen zwei Kugeln entnommen und jeweils ihre Farbe notiert. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis: Die gezogenen Kugeln haben verschiedene Farben. Beschreiben Sie zu der angegebenen Versuchsanordnung ein Zufallsexperiment, sodass die Wahrscheinlichkeiten binomialverteilt sind.

2.Teil mit Hilfsmitteln

A2 Analytische Geometrie

2 Gegeben sind die Punkte A(5 | – 2 | 1), B(3 | 4 | – 2), C(– 2 | 2 | 0), S(2 | 2 | 5) und die Gerade g durch die Gleichung

$$v = \begin{pmatrix} -3 \\ 6{,}8 \\ 3{,}2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 4{,}8 \\ -1{,}8 \end{pmatrix}; t \in R$$

.

2.1.1 Bestimmen Sie eine parameterfreie Gleichung der Ebene E, die die Punkte A, B und C enthält.

(zur Kontrolle: z. B. $6x + 19y + 34z - 26 = 0$)

2.1.2 Weisen Sie nach, dass die Gerade g parallel zur Ebene E verläuft.
Begründen Sie, dass der Punkt S auf der Geraden g liegt.
Berechnen Sie den Abstand der Geraden g zur Ebene E.

2.1.3 Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes auf der Geraden g, der von den Punkten A und B denselben Abstand hat.

2.2 Die Punkte A, B, C und S sind die Eckpunkte einer dreiseitigen Pyramide.

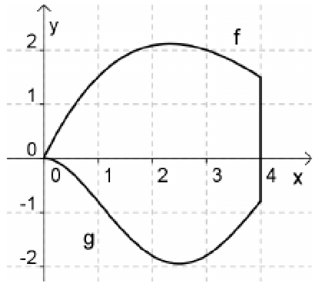
2.2.1 Stellen Sie die Pyramide und die Gerade g in einem Koordinatensystem grafisch dar.

2.2.2 Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide.

2.2.3 Bestimmen Sie den Neigungswinkel der Seitenkante AS gegenüber der Fläche ABC.

2.2.4 Eine Ebene enthält die Gerade g und den Punkt A. Diese Ebene teilt das Dreieck ABC in zwei Teilflächen. Berechnen Sie das Verhältnis der Inhalte dieser Teilflächen.

A 3 Analysis und Stochastik



3.1 Die Abbildung zeigt die Grundfläche eines Werkstücks. In einem kartesischen Koordinatensystem wird die Grundfläche begrenzt durch die Graphen der Funktionen f und g sowie die Gerade mit der Gleichung x = 4.
Es gilt 1LE = 1 cm.

3.1.1 Die Funktion f ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades. Der Graph verläuft durch den Koordinatenursprung, die Punkte A(1 | 1,5) sowie B(3 | 2) und hat an der Stelle x = 3 den Anstieg $-\frac{1}{3}$.
Stellen Sie eine Funktionsgleichung für die Funktion f auf.
(zur Kontrolle: $f(x) = 0{,}0417\ x^3 - 0{,}583\ x^2 + 2{,}04\ x$)

3.1.2 Die Funktionsgleichung der Funktion g lautet:
$g(x) = -0{,}05\ x^4 + 0{,}5\ x^3 - 1{,}25\ x^2$.

Die Dicke des Werkstückes wird durch die Funktion d mit $d(x) = f(x) - g(x)$ festgelegt. Ermitteln Sie die maximale Dicke des Werkstückes.

3.1.3 Das Werkstück soll aus hochfestem Aluminium mit einer Dichte von $2{,}8\ g \cdot cm^{-3}$ hergestellt werden. Das Werkstück ist gerade, hat in jeder Höhe denselben Querschnitt und ist 5 cm hoch.
Berechnen Sie die Masse des Werkstückes.

3.2 Bei der Produktion des Werkstückes treten mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% Fehler bei der Materialverarbeitung und mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% Fehler bei der Oberflächenbearbeitung auf. Diese Fehler treten unabhängig voneinander auf. Weitere Fehler gibt es nicht.

3.2.1 Der laufenden Produktion wird zufällig ein Werkstück entnommen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: Das Werkstück ist fehlerfrei.
B: Das Werkstück weist beide Fehler auf.
C: Das Werkstück weist genau einen der beiden Fehler auf.

Der Produktionsumfang der vergangenen Woche betrug 10371 Stück.
Berechnen Sie wie viele fehlerhafte Werkstücke bei einer Kontrolle zu erwarten sind.

3.2.2 Die Oberflächenbearbeitung soll durch ein neues Verfahren verbessert werden. Dadurch wird angestrebt, die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Fehlers in der Oberflächenbearbeitung auf 3% zu senken.
Der laufenden Produktion werden 50 Stück entnommen und auf Fehler in der Oberflächenbearbeitung überprüft. Werden mehr als drei fehlerhafte Werkstücke gefunden wird das neue Verfahren abgelehnt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Verfahren abgelehnt wird, obwohl die angestrebte Fehlertoleranz tatsächlich erreicht wird.

Noch eine Aufgabe auf Leistungskursniveau

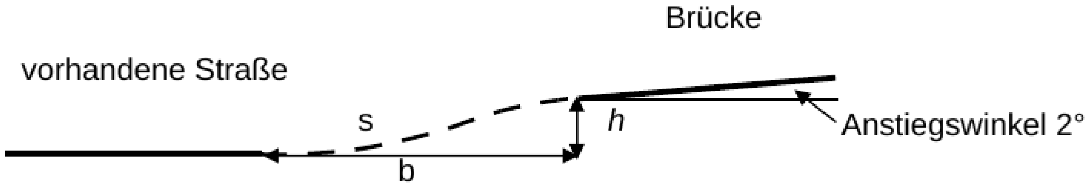
B 1 Analysis

1.1 Gegeben ist eine Funktionenschar h_a durch die Gleichung

$$h_a(x) = \frac{a}{30}x^3 - \frac{1}{20}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \qquad \text{mit } x \in \mathbb{R},\ a \in \mathbb{R},\ a \neq 0.$$

Ermitteln Sie die Anzahl der Extremstellen von h in Abhängigkeit von a.

1.2 Im Zuge des Baus einer neuen Autobahn wurde für eine kleinere Straße der Bau einer Brücke notwendig, welche bereits errichtet wurde. Die Brücke hat eine Steigung von 2°. Es soll eine Zufahrt von der vorhandenen, horizontal verlaufenden Straße zur Brücke gebaut werden, wobei die Übergänge jeweils knickfrei sein müssen.
Der Verlauf der Straße s kann in einem geeigneten Koordinatensystem durch den Graphen einer ganzrationale Funktion dritten Grades beschrieben werden (in der Abbildung gestrichelt dargestellt).



b = 300 m

h = 25 m

Ermitteln Sie die Gleichung einer Funktion, mit der der Verlauf des Straßenneubaus s beschrieben werden kann.

(Eine mögliche Lösung lautet: $f(x) = -1{,}464 \cdot 10^{-6} \cdot x^3 + 7{,}169 \cdot 10^{-4} \cdot x^2$)

Bei der Planung wurde diskutiert, ob die Zufahrt eventuell zu steil werden könnte.

Berechnen Sie den größten Anstiegswinkel für den Neubau s und bewerten Sie die Befürchtungen.

Die Straße s wird 6,0 m breit. Zum Abschluss der Bauarbeiten soll eine Asphaltdecke aufgetragen werden.

Bestimmen Sie die Größe der Fläche, die im Zuge der Baumaßnahmen asphaltiert werden muss.