

a)

$$\text{Raubvogel: } \vec{x} = \begin{pmatrix} 3260 \\ -1860 \\ 830 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Singvogel: } \vec{x} = \begin{pmatrix} -1600 \\ 4200 \\ 200 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$v_{\text{Raubvogel}} = \frac{|\vec{P}_0 \vec{P}_1|}{1s} = 17 \frac{m}{s} = 61,2 \frac{km}{h}$$

$$v_{\text{Singvogel}} = \frac{|\vec{Q}_0 \vec{Q}_1|}{1s} = 9 \frac{m}{s} = 32,4 \frac{km}{h}$$

$$\begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

führt zu

$$s = 3$$

$$s = \frac{12}{8}$$

$$s = -1$$

Vektoren sind linear unabhängig

$$d = \frac{|\langle \vec{x}_{01} - \vec{x}_{02}, \vec{a} \otimes \vec{b} \rangle|}{|\vec{a} \otimes \vec{b}|}$$

$$d = \frac{\left| \begin{pmatrix} 4860 \\ -6060 \\ 630 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 48 \end{pmatrix} \right|}{4\sqrt{149}} = 24,58 m$$

Abstand der Geraden

b)

$$E: \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 280 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} = 0 \quad \text{bzw.} \quad x - y + 10z - 2800 = 0$$

$$-1600 - 4200 + 10z - 2800 = 0 \quad \text{ergibt } z = 860$$

Obergrenze des Nebels im Punkt ist 860m > 200m, d.h Singvogel fliegt im Nebel.

$$3260 + 1860 + 10z - 2800 = 0 \quad \text{Ergibt } z = -232 < 0 < 830, \text{ d.h kein Nebel (über der Ebene)}$$

Schnittpunkt Singvogel-E berechnen

$$-1600 + 4r - 4200 + 8r + 2000 + 10r - 2800 = 0 \quad r = 300$$

in die Geradengleichung einsetzen ergibt $S(-400; 1800; 500)$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{\left| \begin{pmatrix} -400 + 1600 \\ 1800 - 4200 \\ 500 - 200 \end{pmatrix} \right| m}{9 \frac{m}{s}} = 300 s$$

$$\sin \alpha = \frac{\left| \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix} \right|}{\left| \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} \right|} = 0,242036 \quad \alpha = 14^\circ$$

Nach 300 s taucht der Singvogel in $S(-400;1800;500)$ unter einem Winkel von 14° aus dem Frühnebel auf.

c)

$$1750 = \sqrt{(-340 - (3260 - 12t))^2 + (1740 - (-1860 + 12t))^2 + (200 - (830 - t))^2}$$

$$t_1 = 200,041 \quad t_2 = 402,243$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3260 \\ -1860 \\ 830 \end{pmatrix} + 200,041 \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 859,5 \\ 540,5 \\ 630 \end{pmatrix}$$

Der Raubvogel wird erstmalig nach 200s im Punkt $(859,5;540,5;630)$ vom Radar geortet.

d)

Berechnen des Punktes in dem sich der Raubvogel nach 300s befindet.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3260 \\ -1860 \\ 830 \end{pmatrix} + 300 \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -340 \\ 1740 \\ 530 \end{pmatrix}$$

$$d = \sqrt{(-340 + 400)^2 + (1740 - 1800)^2 + (530 - 500)^2} = 90\text{m} \quad \text{beträgt der Abstand.}$$

$$\text{Neuer Richtungsvektor: } \begin{pmatrix} -400 + 340 \\ 1800 - 1740 \\ 500 - 530 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -60 \\ 60 \\ -30 \end{pmatrix}$$

$$\cos \beta = \frac{\left| \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ 60 \\ -30 \end{pmatrix} \right|}{\left| \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -1 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -60 \\ 60 \\ -30 \end{pmatrix} \right|} = \frac{49}{51} \quad \beta = 16,1^\circ$$

e)

$$\text{Bahn des Singvogels: } \vec{x} = \begin{pmatrix} -400 \\ 1800 \\ 500 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ 60 \\ -30 \end{pmatrix} \quad \text{Bahn des Raubvogels: } \vec{x} = \begin{pmatrix} -340 \\ 1740 \\ 530 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -60 \\ 60 \\ -30 \end{pmatrix}$$

$$\text{Zeit bis zum Eintauchen des Raubvogels in den Nebel: } t = \frac{s}{v} = \frac{90\text{m}}{3 \cdot 17 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{30}{17} \text{ s}$$

$$\text{zurückgelegte Weg des Singvogels im Nebel: } s = v \cdot t = 3 \cdot 9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{30}{17} \text{ s} = \frac{810}{17} \text{ m} = 47,647 \text{ m}$$

Der Raubvogel erreicht den Nebel in $\frac{30}{17} \text{ s}$ und die Sichtweite muss mindestens 47,65 m betragen.