a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$

Nullstellen: $f(x)=0$ $x_1=0; x_2=5$

$f(-x) = -\frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{8}x^2 - \frac{25}{16}x \neq f(x)$ d.h. nicht achsensymmetrisch zur y-Achse

b) Extrema: $f'(x)=0$

$x_{E1} = \frac{5}{3}$ $f''\left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{5}{8} < 0$ Hochpunkt: $MAX\left(\frac{5}{3}; \frac{125}{108}\right)$

$x_{E2} = 5$ $f''(5) = \frac{5}{8} > 0$ Tiefpunkt: $MIN(5;0)$

Wendepunkt: $f''(x=0)$

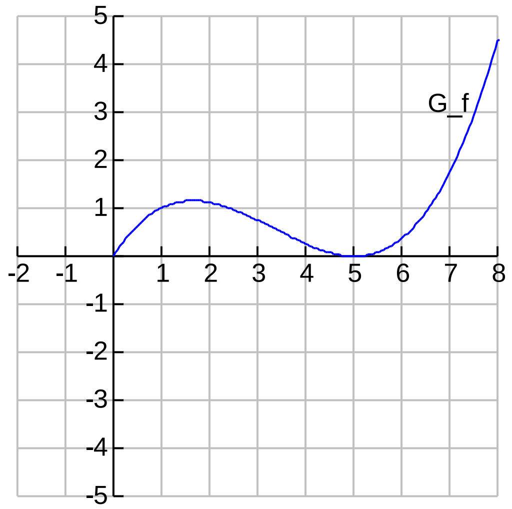
$x_w = \frac{10}{3}$ $f'''\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{3}{8} \neq 0$ $W\left(\frac{10}{3}; \frac{125}{216}\right)$

$f'\left(\frac{10}{3}\right) = -\frac{25}{48}$ $\tan(\alpha) = -\frac{25}{48}$ ergibt: $\alpha_{HILF} = -27{,}5°$

Periodizität der Tangensfunktion beachten: $\alpha = -27{,}5° + 180° = 152{,}5°$

Der Steigungswinkel beträgt 152,5°.

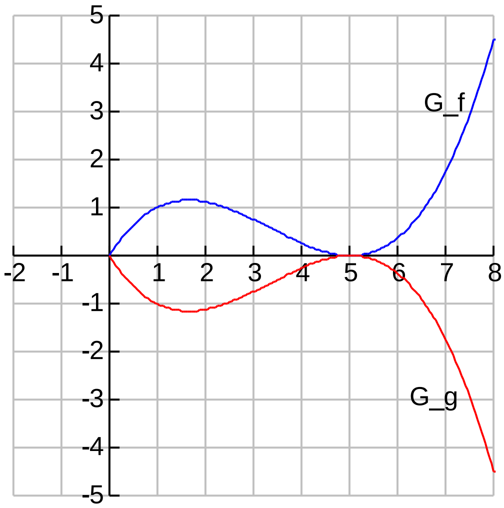
Darstellung:



c) $g(x) = -f(x)$ d.h. $g(x) = -\frac{1}{16}x^3 + \frac{5}{8}x^2 - \frac{25}{16}x$

Darstellung:

Darstellung im CAS zeigt: Maul erste Nullstelle und Beginn der Schwanzflosse zweite Nullstelle.



d) $A_1 = \int_0^5 f(x)\,dx = \frac{625}{192}$

Bestimmung von b: $\frac{625}{192} = \int_5^a f(x)\,dx$ $\quad a_1 = -2{,}22$ entfällt

$a_2 = 7{,}8021 \qquad b = a_2 - 5 = 2{,}8$

$h = 2 \cdot f(7{,}8) = 7{,}644$

Die Breite beträgt etwa 2,8cm und die Höhe etwa 7,6cm.

e) $f(x) = \frac{81}{128}$ $\qquad x_1 = 0{,}5$, $x_2 \approx 3{,}2$ entfällt, $x_3 \approx 6{,}3$ entfällt

Ergebnis: $Auge(0{,}5\,;0)$

f) Tangente an f(x) in T_1 : $y_{T1} = 0{,}5x + 0{,}5$

Tangente an g(x) in T_2 : $y_{T2} = -0{,}5x - 0{,}5$

Grundseite des Dreiecks $\qquad g = 7{,}8\,cm + 1\,cm = 8{,}8\,cm$

Höhe: $\qquad h = 0{,}5 \cdot 7{,}8 + 0{,}5 = 4{,}4$ cm

Grundfläche der Schachtel: $A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8{,}8 \cdot 4{,}4 = 38{,}72$ cm².