Lösung

A2

A2.1.1

$$\vec{n}=\overrightarrow{AB}\,x\,\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-2\\6\\-3\end{pmatrix}x\begin{pmatrix}-7\\4\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\19\\34\end{pmatrix} \qquad D=-\vec{n}\cdot\overrightarrow{OA}=-26$$

Ergebnis: $E:6x+19y+34z-26=0$

A2.1.2

$E \| g$, wenn $\vec{n}\cdot\vec{a}=0$

$\begin{pmatrix}6\\19\\34\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-5\\4,8\\-1.8\end{pmatrix}=0$ d.h. $E\|g$ was zu zeigen war

$\begin{pmatrix}2\\2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\6,8\\3,2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-5\\4,8\\-1,8\end{pmatrix}$ ergibt $t=-1$, d.h. $S\in g$ was zu zeigen war

Abstandsberechnung: $d=\frac{6\cdot(-3)+19\cdot 6,8+34\cdot 3,2-26}{|\vec{n}|}=\frac{194}{\sqrt{1553}}\approx 4,92$

Der Abstand beträgt etwa 4,92 LE.

A2.1.3

Ansatz: $|\overrightarrow{AP}|=|\overrightarrow{BP}|$ mit $P\in g$

Gleichungssystem: $\left|\begin{pmatrix}-3-5t-5\\6,8+4,8t+2\\3,2-1,8t-1\end{pmatrix}\right|=\left|\begin{pmatrix}-3-5t-3\\6,8+4,8t-4\\3,2-1,8t+2\end{pmatrix}\right|$ ergibt $t\approx-0,85294$

der gesuchte Punkt $P(1,265/2,706/4,736)$ bzw. $P(1,3/2,7/4,7)$

A2.2.1

Darstellung hier nicht

A2.2.2

$V=\frac{1}{3}\cdot A_G\cdot h$ mit $h\approx 4,92$ LE und $A_G=\frac{1}{2}|\vec{n}|\approx 19,7$ LE

$V\approx 32,3$ VE

A2.2.3

$\sin(\alpha)=\frac{\overrightarrow{AS}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{AS}|\cdot|\vec{n}|}=50,2479$

Der Winkel beträgt etwa 50,2°.

A2.2.4

Problem an der Darstellung aus A2.2.1 klarmachen.

Schnittgerade s der beiden Ebenen geht durch den Punkt A und hat den Richtungsvektor von g. Die Gerade s schneidet g_{BC} in P.

$$s:\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\-2\\1\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-5\\4{,}8\\-1{,}8\end{pmatrix} \qquad g_{BC}:\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\4\\-2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-5\\-2\\2\end{pmatrix}$$

$s=g_{BC}$ ergibt: $r=1$ und $t=\frac{3}{5}$ **(Achtung CAS auf Exakt einstellen)**

damit erhält man $P(0/2{,}8/-0{,}8)$

$$A_{APC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AP}\,x\,\overrightarrow{AC}|=\frac{\sqrt{1553}}{5}$$

$$A_{ABP}=A_{ABC}-A_{APC}=\frac{\sqrt{1553}}{2}-\frac{\sqrt{1553}}{5}=\frac{3}{10}\cdot\sqrt{1553}$$

Verhältnis bestimmen: $\frac{A_{APC}}{A_{ABP}}=\frac{\frac{1}{5}\cdot\sqrt{1553}}{\frac{3}{10}\cdot\sqrt{1553}}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

Das Teilverhältnis der Fläche APC zu ABP beträgt 2 : 3.