Lösung

1.1.1

$f_2(-x) = -f_2(x)$ daraus folgt die Funktion ist punktsymmetrisch

1.1.2

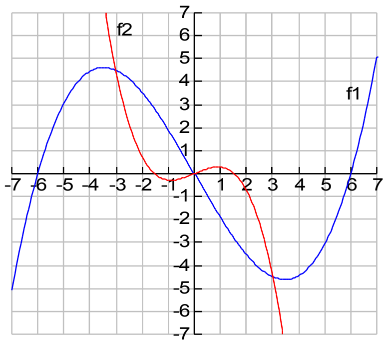
Schnittpunkte bestimmen

$f_1(x) = f_2(x)$ ergibt: $x_1 = -3$, $x_2 = 0$ und $x_3 = 3$

Fläche berechnen

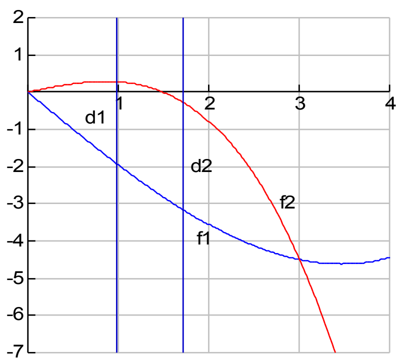
$$A = \left|\int_{-3}^{0} f_1(x) - f_2(x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{3} f_1(x) - f_2(x)\,dx\right| = 11{,}25 \text{ FE}$$

da Punktsymmetrie vorliegt $A = 2 \cdot \left|\int_{0}^{3} f_1(x) - f_2(x)\,dx\right| = 11{,}25$ FE möglich



1.1.3

Veranschaulichung



Abstand für u = 1: $f_2(1) - f_1(1) = 2{,}22$ LE

Zielfunktion: $d(u) = f_2(u) - f_1(u)$ $d(u) = -\frac{5}{18}u^3 + 2{,}5\,x$

$d'(u)=0$ ergibt $u_1=-1{,}73$ entfällt (Bedingung)

$u_2=1{,}73$

$d''(1{,}73)=-2{,}89<0$ d.h. maximaler Abstand

Ergebnis: Der Abstand zwischen den Funktionswerten der beiden Funktionen ist in diesem Intervall bei u = 1,73 maximal.

1.2.1

zwei Geraden stehen senkrecht aufeinander, wenn $m_1 \cdot m_2 = -1$ ist

$$f_a'(x)=\frac{1}{4\cdot a}x^2-a$$

$f_2'(0)=-2$ und $f_{-\frac{1}{2}}(x)=\frac{1}{2}$

$-2\cdot\frac{1}{2}=-1$ was zu zeigen war

1.2.2

$f_a'(x)=0$ ergibt $x_{E1}=2a$ $x_{E2}=-2a$

$f_a''(2a)=1>0$ daraus folgt $Minimum\left(2a;-\frac{4}{3}a^2\right)$

$f_a''(-2a)=-1<0$ daraus folgt $Maximum\left(-2a;\frac{4}{3}a^2\right)$